CALCUL MENTAL
CP – CE1

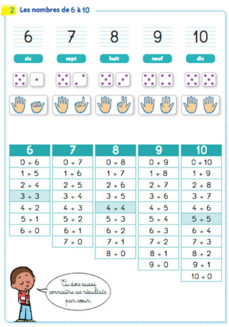
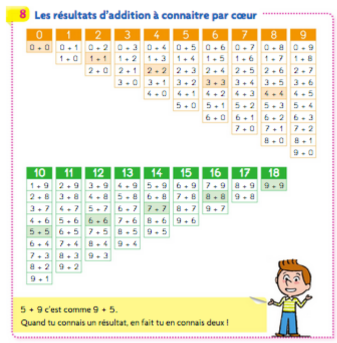
Introduction

Notre système[1] de numération écrite est un système positionnel de base dix avec un zéro qui peut s'analyser de plusieurs manières. Nous illustrons, dans un premier temps, notre étude du système sous son aspect sémantique en faisant référence à un matériel de type « groupement ».
Le système est de base dix : les groupements sont réguliers et sont toujours effectués par paquets de dix, d'abord par paquets de dix (groupements de premier ordre) puis par paquets de paquets de dix – les paquets de cent – (groupements de deuxième ordre) et ainsi de suite.
Le système est positionnel : la place du chiffre dans l'écriture du nombre lui donne une signification différente. Dans des écritures utilisant deux chiffres, 12 et 21 ne désignent pas le même nombre d'objets : dans l'écriture 12, le 1 désigne un paquet de dix objets – groupement de premier ordre – et le 2 deux objets isolés alors que dans l'écriture 21, le 2 désigne maintenant deux paquets de dix objets et le 1, un objet isolé.
Dans une écriture à trois chiffres, le chiffre situé à gauche de l'écriture indique le nombre de paquets de cent, le deuxième le nombre de paquets de dix et le troisième le nombre d'objets non regroupés.
237 signifie qu'il y a 2 paquets de cent objets, 3 paquets de dix objets et 7 objets isolés.
Le système possède un zéro qui indique l'absence de groupements d'un certain ordre. Dans 401 le 0 signifie qu'il n'y a pas de paquets de dix isolés.

Irrégularités de la langue française en numération

Une première irrégularité : les mots–nombres de onze à seize
Comme le nombre 17 se lit dix–sept, les nombres de 11, ... 16 pourraient se lire dix–un, ...dix–six mettant ainsi en évidence que dans une écriture à deux chiffres commençant par 1 le 1 désigne un paquet de dix.
Ainsi le fait que les nombres de 11 à 16 aient une désignation orale n'utilisant qu'un seul mot–nombre ne facilite en rien la compréhension du système écrit.
Une seconde irrégularité : le nom des dizaines
Les trois premiers groupements successifs par dix sont nommés de façon spécifique : dix, cent et mille pour permettre une compréhension plus aisée du rôle de la base dix dans la lecture de 200 : deux cents, 3 000 : trois mille, 4 500 : quatre mille cinq cents et ainsi 20, 30, 40, 50, 60 pourraient de la même manière se lire : deux dix, trois dix, quatre dix, ... six dix au lieu de vingt, trente, quarante... soixante.
Comme le système utilise des mots–nombres spécifiques pour les noms des premières dizaines : vingt[3], trente, quarante, cinquante, soixante, on pourrait poursuivre en utilisant les mots septante, octante, nonante, comme dans certains pays francophones.
En France, les désignations de 70, 80 et 90 par soixante–dix, quatre–vingts, quatre–vingt–dix ne respectent pas les règles de composition des premières désignations orales à l'aide des mots–nombres de base et sont la source de difficultés supplémentaires.

Activités à mener en calcul mental

Activités	CP	CE1
Savoir lire/nommer les nombres	Savoir lire les nombres de 0 à 100 dans le désordre. *« 78 », c'est soixante-dix-huit ».* **Bien connaître les mots-nombres** : 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100 Lire les nombres sur une frise numérique et faire des dictées de nombres (écrire en chiffres)	Savoir lire tous les nombres de 0 à 1000 voire 10 000. Lire les nombres sur une frise numérique et faire des dictées de nombres (écrire en chiffres)
Savoir décomposer les nombres.	Nombres inférieurs à 100 : ***De type :*** *47 = 10 + 10 + 10 + 10 + 7* ***ou encore en fonction de ce que l'on entend :*** *59 = 50 + 9* *79 = 60 + 19* *80 = 20 + 20 + 20 + 20* *98 = 80 + 18*	Nombres de 0 à 1000 ***De type :*** 375 = 300 + 70 + 5 ou 375 = 100 + 100 + 100 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 5 ou 375 = 3 X 100 + 7 X 10 + 5
Nommer le chiffre des unités, des dizaines, des centaines, des milliers Savoir que, dans un nombre, la valeur d'un chiffre dépend de sa position, de son « rang ».	*« 47 », c'est 7 unités et 4 paquets de 10, soit 4 dizaines.*	*« 398 », c'est 8 unités, 9 dizaines, 3 centaines.* *« 506 », c'est 6 unités, 5 centaines. Le zéro marque l'absence de paquets de 10 isolés.*
Connaître les tables d'additions *Recherche de sommes et de différences → Exemples :* *___ + ___ = 6* *___ + 4 = 7* *___ - ___ = 8* *5 - ___ = 3*	Jusqu'à 20 (Tables d'additions dans le fichier de leçons CAP MATHS) 	Jusqu'à 20 (Tables d'additions dans le fichier de leçons CAP MATHS) 
Connaître les tables de multiplications	/	Tables X2 ; X3 ; X4 ; X5
Recherche de compléments *Utiliser différentes consignes :* *« Complète 3 pour faire 10.* *Combien manque–t–il à 3 pour faire 10 ?* *Que faut–il ajouter à 3 pour faire 10 ?* *3 pour aller à 10 ?* *3 –> 10 ?* *3 + ? = 10* *10 – 3 = ? »*	*Compléments à 10 :* 3 + __ = 10 2 + __ = 10 7 + __ = 10 4 + __ = 10	***Compléter à la dizaine supérieure :*** *14 –> 20 32 –> 40 53 –> 60* ***Compléter à 100 ou à la centaine supérieure :*** *30 –> 100 54 –> 100 327 –> 400* *1350 –> 1400* ***Trouver le complément quand il s'agit de 10 ou d'un multiple de 10, voire de 100 :*** *32 –> 42 48 –> 78 25 –> 325* *1235 –> 1635*

<table>
<tr><td>Ajouter 10 à un nombre de deux ou trois chiffres.</td><td>Calculs de type :
20 + 10   30 + 10
50 + 10   60 + 10</td><td>Calculs de type :
245 + 10   290 + 10
378 + 10   499 + 10</td></tr>
<tr><td>Soustraire 10 à un nombre de deux ou trois chiffres</td><td>Calculs de type :
20 - 10   30 - 10
50 - 10   60 - 10</td><td>Calculs de type :
545 - 10   190 - 10
372 - 10   405 - 10</td></tr>
<tr><td>Ajouter ou soustraire 100 à un nombre de trois ou quatre chiffres.</td><td>/</td><td>Calculs de type :
1000 – 100   456 + 300
345 – 100   1865 – 500</td></tr>
<tr><td>Additions en ligne</td><td>Calculs de type :
6 + 7 =   10 + 8 =   20 + 7

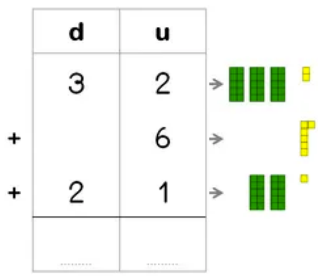
Le calcul de 6 + 7 peut s’effectuer à l’aide de plusieurs procédures :
→ par appui sur le double 6 + 6 soit 12 auquel on ajoute 1.
→ par appui sur les 5 que l’on regroupe pour avoir 10 avant d’ajouter 1 et 2. (6 = 5+1 et 7 = 5+2)
→ à l’aide du passage par 10 en décomposant le 7 en 4 + 3 ou le 6 en 3 + 3.</td><td>Calculs de type :
238 + 69 =   46 + 38 =

Le calcul de 238 + 69 peut s’effectuer, sans support écrit, en interprétant 69 comme 7 dizaines moins 1. La somme est alors de 30 dizaines (23 + 7) et de 7 unités (8 – 1) soit 307.</td></tr>
<tr><td>Soustractions en ligne</td><td>Calculs de type :
8 – 2 =   17 – 7 =   10 – 3 =</td><td>Calculs de type :
135 – 20 =   126 – 87 =

Le calcul de 126 – 87 peut s’effectuer à l’aide d’un support écrit :

– en calculant, à l’aide de « petits sauts », l’écart entre les 2 repères 87 et 126 : 13 + 26 = 39 ;


– en effectuant une translation de l’écart qui rend le calcul plus aisé, écart entre 129 et 90 soit 39.

</td></tr>
<tr><td>Additions en colonnes</td><td>Sans retenue

</td><td>Avec retenue
<table><tr><th>Paquets de dix</th><th>Tout seul</th></tr><tr><td>1
+ 3
4</td><td>
4
7</td></tr><tr><td>8</td><td>1</td></tr><tr><td colspan="2">Technique traditionnelle française avec retenue (C)</td></tr></table></td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Soustractions en colonnes</td><td>/</td><td>Méthode classique : 74 – 36 =
<table>
<tr><th>Paquets de dix</th><th>Tout seul</th></tr>
<tr><td>7
− 3
1</td><td>1 4
6</td></tr>
<tr><td>3</td><td>8</td></tr>
<tr><td colspan="2">Technique traditionnelle française avec retenue (différences égales)</td></tr>
</table>
Méthode « par cassage » ou « par emprunt » : 74 – 36 =
<table>
<tr><th>Paquets de dix</th><th>Tout seul</th></tr>
<tr><td>~~7~~ 6
− 3</td><td>1 4
6</td></tr>
<tr><td>3</td><td>8</td></tr>
<tr><td colspan="2">Technique anglo–saxonne de droite à gauche (transformation du premier terme)</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>Compléter les égalités du type:
37 + 18 = 47 + ?</td><td>/</td><td>En utilisant la décomposition décimale du second terme:
27 + 8 = 30 + ?
54 + 27 = 60 + ?
54 + 27 = 80 + ?</td></tr>
<tr><td>Construire des stratégies pour calculer rapidement des collections</td><td>Travailler sur les situations de groupements de 60 à 100 objets

→ Dans une collection d'objets : ne pas compter 1 par 1 mais faire des groupements par 10.

→ « Dans 67, combien y a t-il de paquets de 10 ? »</td><td>Travailler sur les situations de groupements de plusieurs centaines voire de milliers
→ « Combien de paquets de mille, cent, dix dans 3671 ? »
→ Les timbres sont vendus par carnets de dix timbres. Paul a besoin de 260 timbres. Combien doit–il acheter de carnets ?</td></tr>
<tr><td>Mémoriser la suite des nombres</td><td>Savoir compter de 1 en 1 et de 10 en 10 jusqu'à 100.

Savoir compter de 2 en 2 et de 5 en 5 jusqu'à 30

Savoir compter « à rebours » de 30 à 0</td><td>Savoir compter de 1 en 1, de 2 en 2, de 5 en 5 et de 10 en 10 jusqu'à 100

Savoir compter « à rebours » de 100 à 0</td></tr>
<tr><td>Savoir comparer des nombres
(En comparant le chiffre des centaines puis celui des dizaines puis celui des unités)</td><td>De 0 à 100
Avec les signes : > et <
« plus grand que » et « plus petit que »
34 > 22   ou 34 < 56</td><td>De 0 à 1000
Avec les signes : > et <
« plus grand que » et « plus petit que »</td></tr>
<tr><td>Connaître les doubles et les moitiés</td><td>Doubles et moitiés de 0 à 10
« le double de 2, de 8, ... ? »
« la moitié de 6, de 4, ... ? »</td><td>Doubles et moitiés de 0 à 1000
« le double de 25, 150, 420... ? »
« la moitié de 40, 180, 800... ? »</td></tr>
</table>

Travail sur les relations arithmétiques entre les nombres	**8 C'est** - 7 + 1 ; 1 + 7 ; le « nombre juste après 7 » - 9 – 1 ; le nombre « juste avant 9 » - 4 + 4 - 2 X 4 - « le double de 4 » - 2 + 2 + 2 + 2 ; 4 X 2 - 5 et 3 (une main et trois doigts) - 10 – 2 - 2 + __ = 10 : « ce qui manque à 2 pour aller à 10 » - 20 – 12 - 12 + __ = 20 : « ce qui manque à 12 pour aller à 20 » - 18 – 1 ; 28 – 20 ; 38 – 30 - 2 X __ = 16 - La moitié de 16 - 5 X __ = 40

Stratégies additions en ligne :

Par exemple pour effectuer le calcul de 45 + 17, les procédures possibles sont les suivantes :

– l'élève « pose dans sa tête » l'opération en colonnes

– utilisation de la décomposition additive de l'un ou des deux termes :

45 + 17 = 45 + 10 + 7
= 55 + 7
= 62

OU

45 + 17 = 40 + 5 + 10 + 7
= 50 + 12
= 62

– utilisation d'une décomposition additive de l'un des termes s'appuyant sur un passage à une dizaine supérieure :

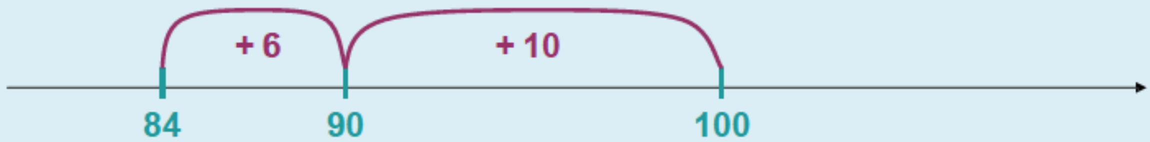
45 + 17 = 45 + 5 + 12
= 50 + 12
= 62

OU

45 + 17 = 45 + 15 + 2
= 60 + 2
= 62

- **L'explicitation de la procédure experte :** passage à la dizaine supérieure
pour aller de 84 à 90 : **6** et pour aller de 90 à 100 **10** donc **résultat : 16**

Modélisations :
- droite numérique :



- écriture : $\underbrace{84 + 6}_{90} + 10 = 100$

– utilisation d'une décomposition soustractive de l'un des termes :

45 + 17 = 20 – 3
= 65 – 3
= 62

Synthèse des procédures d'un calcul soustractif (1)

Pas de retenue : calcul de gauche à droite

Passages à la dizaine : plusieurs stratégies envisagées

Jalonnement : calcul d'un écart en partant du nombre inférieur

Exemple : 31 - 18 = ? → « pour aller de 18 à 31 ? »
→ de 18 à 20, de 20 à 30, de 30 à 31 → 2 + 10 + 1 = 13.

Décomposition : plus petit terme décomposé et considéré comme un opérateur

Exemple : **31 – 18 = 31 - (1 + 10 + 7) = 31 - 1 - 10 - 7**

Synthèse des procédures d'un calcul multiplicatif

Les procédures qui :

-mobilisent **la décomposition multiplicative de l'un des facteurs** et l'associativité
12 × 25 = (3 × 4) × 25 = 3 x (4 x 25)
12 x 25 = 12 x (100 ÷ 4) = (12 ÷ 4) x 100

- mobilisent **la décomposition multiplicative des deux facteurs** et l'associativité
12 × 25 = (3 × 4) × (5 x 5) = 3 x (4 x 5) x 5 = 3 x (20 x 5)

-mobilisent **la décomposition additive de l'un des deux facteurs**
et la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition
12 × 25 = (10 + 2) × 25 = 10 × 25 + 2 × 25
12 × 25 = 12 × (20 + 5) = 12 × 20 + 12 × 5

-mobilisent **la décomposition additive des deux facteurs**
et la double distributivité de la multiplication par rapport à l'addition
12 × 25 = (10 + 2) × (20 + 5) = 10 × 20 + 2 × 20 + 10 × 5 + 2 × 5

-s'appuient sur **les simulations mentales de l'algorithme écrit.**